

# Enseñanza del Controlador PID Digital en un Microcontrolador ATMEGA48 para una Planta RC de Primer Orden

Alejandro Méndez Navarro

Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Zamora, Departamento de Ingeniería Electrónica  
Km. 7 Carretera Zamora-La Piedad, Zamora, Mich. MEXICO, CP. 59720  
alex\_mendez\_navarro@live.com

## Resumen

*El controlador PID (conjunción de las palabras controlador proporcional-integral-derivativo) es el controlador más usado en los procesos industriales [1]. El controlador PID permite al proceso cumplir con dos funciones esenciales: a) comparar la variable medida con la variable de referencia para determinar el error; b) estabiliza el funcionamiento dinámico del lazo de control mediante algoritmos (controlador PID digital) o circuitos (controlador PID analógico) para eliminar el error. Este artículo se muestra el análisis y estudio, diseño, simulación del controlador PID digital en la plataforma MatLab/Simulink para posteriormente implementarlo en el microcontrolador ATMEGA48. Se explican varios conceptos que se relacionan en la teoría de control automático como la modelación matemática [2] y [3] de los procesos a controlar, sintonización del controlador PID y estabilidad de procesos.*

**Palabras claves:** Controlador PID digital, control discreto, sintonización del PID.

## 1. Introducción.

Un sistema de control digital presenta dos características únicas: las señales son en forma de trenes de pulso y los procesos a controlar son en forma analógica [3]. Para controlar un sistema o proceso físico usando un controlador digital, el controlador debe recibir y procesar las señales medidas del sistema y finalmente deben ser enviadas como variables de control a un actuador que efectúa la acción del control. En muchas aplicaciones la planta y el actuador son sistemas analógicos donde el controlador y lo controlado no "habla el mismo lenguaje" y por ende se deben de acoplar correctamente. El acoplamiento del lenguaje del controlador (digital) y el lenguaje del proceso

físico (analógico) es desarrollado por un convertidor digital-analógico<sup>1</sup>.

Además se necesita un sensor que esté monitoreando la variable controlada por medio de un lazo de retroalimentación.

En los sistemas de control de proceso industriales, no es práctico operar por periodos de tiempo muy prolongados en estado estacionario debido a que pueden presentar ciertos cambios en los requerimientos de producción, materias primas, factores económicos y equipos, técnicas de procesamiento, etc. Así, el comportamiento transitorio de los procesos industriales debe siempre tomarse en consideración. Mediante el uso de un controlador digital es posible tomar en cuenta todas las variables del proceso conjuntamente con los factores económicos, los requerimientos de producción, desempeño del equipo y todas las demás necesidades.

Los controladores digitales ofrecen varias ventajas sobre los controladores analógicos [2]:

- a) Precisión: son representados en términos de ceros y unos, esta característica envuelve un error pequeño.
- b) Flexibilidad: modificar o rediseñar sus parámetros, para esto se implementa en firmware o software. Sin embargo mientras el controlador sea más complejo se necesitan más operaciones aritméticas para describirlo.
- c) Velocidad: el intervalo de cada muestra es pequeño, de esta manera el controlador digital logra desarrollar un monitoreo casi en tiempo continuo.
- d) Costo: los avances en manufactura han reducido el costo de los precios de los microcontroladores; así los controladores digitales son más económicos para aplicación de enseñanza, industrial, etc.

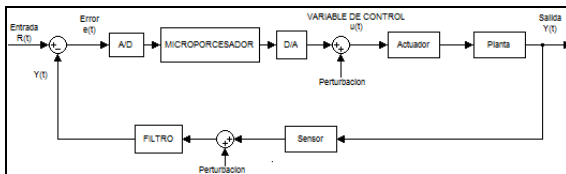
---

<sup>1</sup> Llamado DAC.

- e) Ejecución periódica: de una rutina se realiza el algoritmo del controlador programado.

## 2. Modelo Matemático de un Controlador PID Digital.

El diagrama a bloques de un control digital donde se implementará un controlador proporcional-integral-derivativo puede verse en la Fig. 1.

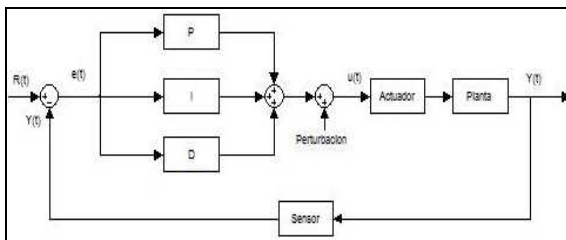


**Fig. 1. Diagrama a bloques del control digital.**

Las variables que describen al diagrama a bloques del control digital son:

- $r(t)$  Referencia del sistema (set point)
- $y(t)$  Salida del sistema
- $e(t)$  Error del sistema  $e(t)=r(t)-y(t)$
- $u(t)$  Variable de control

En un controlador PID, ver Fig. 2, donde la variable de control  $u(t)$  es generada por: un término proporcional al error, un término el cuál es la integral del error y otro que es la derivada del error.



**Fig. 2. Esquemático de sistema de control mediante un controlador PID.**

La relación entre la salida  $y(t)$  y la entrada  $r(t)$  del controlador PID con condición en la variable  $Perturbacion$  igual a cero queda expresada en la ecuación 2.1.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.1)$$

donde  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  representan las ganancias proporcional, integral y derivativo respectivamente.

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación 2.1 con las condiciones iniciales iguales a cero se obtiene la función de transferencia del controlador PID, ver ecuación 2.2.

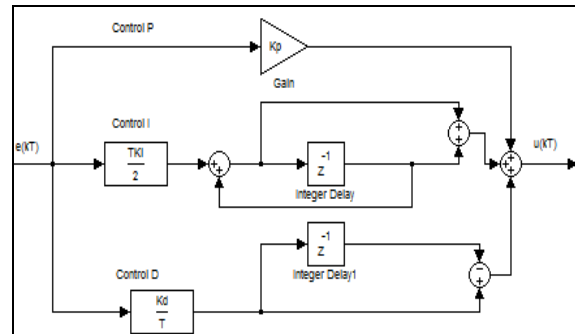
$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.2)$$

La función de transferencia de la ecuación 2.2 hace referencia a sistemas en tiempo continuo, para implementarla en un microcontrolador (controlador PID digital) se transforma al dominio de la variable compleja Z, ecuación 2.3.

$$C(z) = K_p + \frac{K_i T (z+1)}{2(z-1)} + \frac{K_d (z-1)}{Tz} \quad (2.3)$$

donde  $T$  es el periodo de muestreo y el operador  $z^{-1}$  es interpretado como un tiempo de retardo de  $T$  segundos.

En la práctica, el tiempo de retardo es implementado guardando una variable en alguna localidad del microcontrolador y después tomarla en  $T$  segundos. La Fig. 3, representa el diagrama a bloques de la ecuación 2.3, este diagrama a bloques se implementa para el algoritmo del microcontrolador ATMEGA48 para el diseño del controlador PID digital.



**Fig. 3. Diagrama a bloques del controlador PID digital.**

El objetivo en los sistemas de control es encontrar el valor de las ganancias (sintonización del controlador PID) de la ecuación 2.3 para el proceso presente estabilidad [5].

El proceso a controlador es el voltaje en un capacitor que se encuentra en un sistema de primer orden Resistivo-Capacitivo.

## 3. Sintonización del lazo de control del controlador PID.

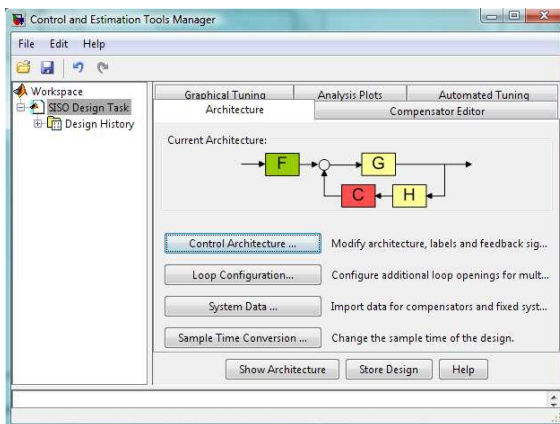
Una herramienta que nos permite identificar las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  del controlador PID es llamada *sisotool*; herramienta de la plataforma *MatLab*. Para encontrar dichas ganancias se realiza lo siguiente:

1. En el *Workspace* de *MatLab* se escribe la función de transferencia de la planta<sup>2</sup>.

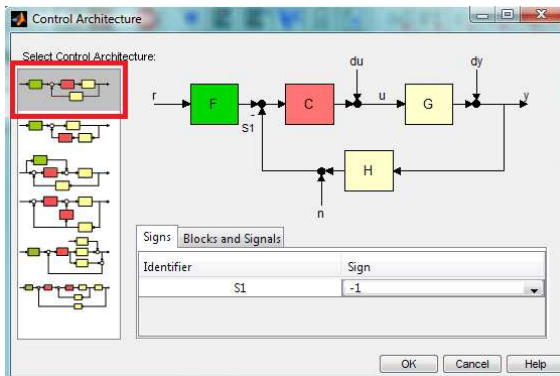
```
>> planta=tf([0 1],[0.1 1])
```

```
Transfer function:
      1
-----
0.1 s + 1
```

2. Se teclea *sisotool* y *MatLab* desplegará una ventana del tipo *Design GUIE*

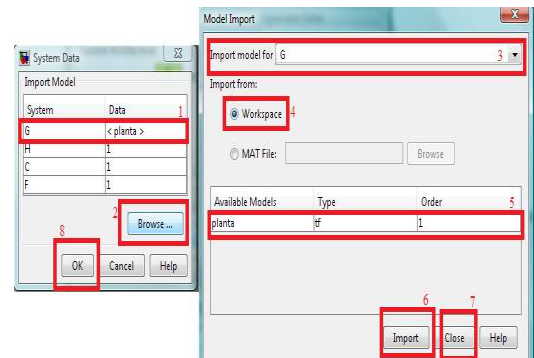


3. En la pestaña *Architecture* se selecciona *Control Architecture...*, se elige el diagrama a bloques de un sistema en lazo cerrado como el de la Fig. 1.

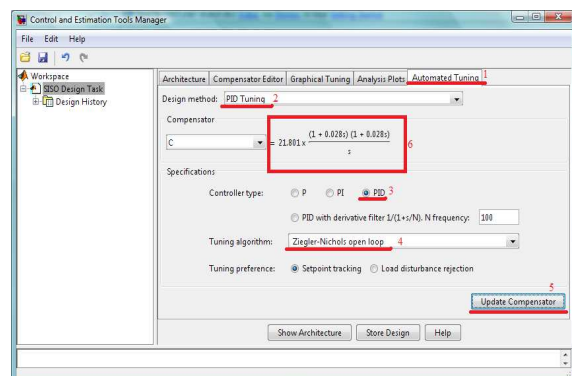


4. En *System Data* se realizará la siguiente secuencia de pasos: 1.- Se importan los datos de cada uno de los bloques, 2.- Dar click en el botón de *Browse*, 3.-Al bloque

*G* importar la variable *planta*; se selecciona en *Import model for...*, 4.- La variable *planta* fue creada anteriormente en el *Workspace*, así que se selecciona *Workspace* en *Import from*, 5.- Aparecerán el nombre de las variables creadas en el *Workspace* y se selecciona la variable creada: *planta*. 6.- Click en el botón *Import*. 7.- Click al botón *Close* y 8.- Click en el botón *OK*; a los bloques *F* y *H* se dejan en valor unitario. Lo que se encontrará será la función de transferencia del control PID correspondiente al bloque *C*.



5. Para encontrar las ganancias del controlador PID para el circuito RC se realiza lo siguiente: 1.- Click en la pestaña *Automated Tuning*, 2.- En *Design method* se selecciona *PID Tuning*, 3.- En *Controller type* seleccionar *PID*, 4.- En *Tuning algorithm* seleccionar *Ziegler-Nichols open loop*, 5.- Click en *Update Compensator* para que *MatLab* calcule la función de transferencia del controlador PID.



6. La función de transferencia del controlador PID propuesta por la plataforma *MatLab/Simulink* es la siguiente:

<sup>2</sup> Circuito RC de primer orden, se desea controlar el voltaje en el capacitor.

$$C(s) = 21.801 \frac{(1+0.028s)(1+0.028s)}{s}$$

7. Para obtener los valores de las ganancias debe llevarse a la forma de la ecuación 2.1

$$C(s) = 1.220856 + \frac{1.220856}{0.056s} + (1.220856)(0.014)s$$

donde

$$T_i = 0.056$$

$$T_d = 0.014$$

$$C(s) = 1.220856 + \frac{21.801}{s} + 0.017091984s$$

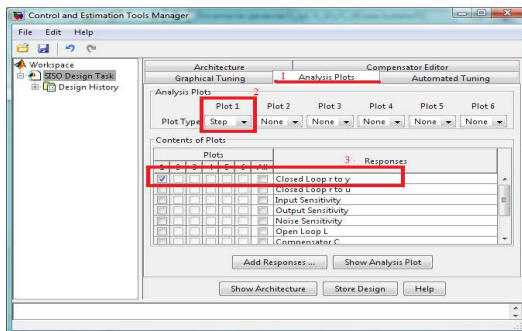
$$K_p = 1.220856$$

$$K_i = 21.801$$

$$K_d = 0.017091984$$

Estos valores de las ganancias del controlador PID encontrados son los que se ingresaran en el algoritmo microcontrolador ATMEGA48 para realizar el control para una planta RC de primer orden.

8. Para encontrar la respuesta del sistema con el compensador PID encontrado se realiza lo siguiente. 1.- Click en *Analysis Plot*, 2.- En *Plot type* selecciona la entrada al sistema, en este caso se selecciona *Step*, 3.- *Contents of Plot* seleccionar *Close loop r to x*.



MatLab desplegará la respuesta del sistema para los valores del controlador PID.

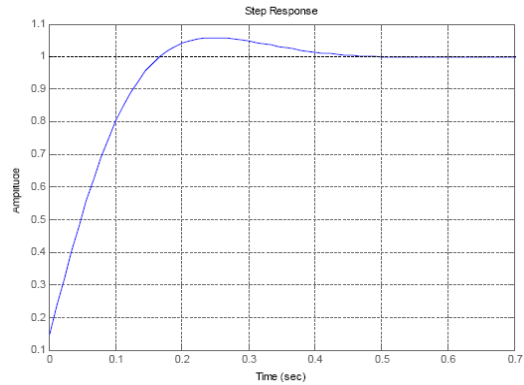


Fig. 4. Dinámica de la planta RC.

Como se observa en la Fig. 4 el tiempo de respuesta es confiable, por lo tanto se opta por utilizar las ganancias del PID encontrados por *MatLab/Simulink*.

#### 4. Resultados obtenidos.

Para medir la efectividad del uso del control PID digital se realiza la simulación del algoritmo establecido en el microcontrolador ATMEGA48 y proceso físico.

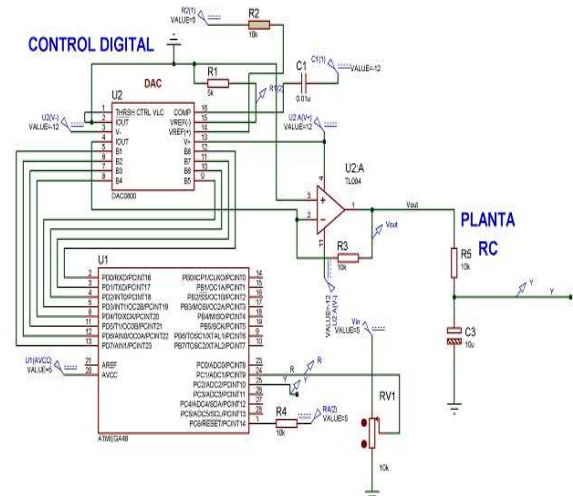


Fig. 5. Hardware implementado para control PID.

Una vez implementado el hardware procedemos a la simulación del algoritmo realizado en el microcontrolador ATMEGA48, ver Fig. 5. Obteniendo los siguientes resultados:

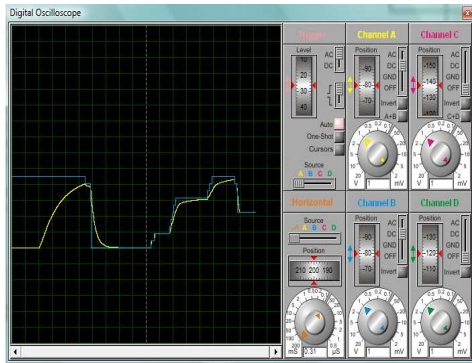


Fig. 6. Señal de salida vs señal de entrada (Simulación1).

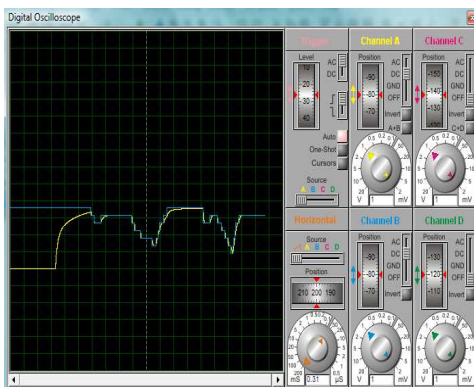


Fig. 7. Señal de salida vs señal de entrada (Simulación2).

En las Fig. 6 y Fig. 7 se demuestra la eficiencia del algoritmo implementado para el control PID digital en el microcontrolador ATMEGA48. Lo que prosigue es implementar físicamente el hardware de la Fig. 5.

La señal de salida  $y(t)$  (el voltaje en el capacitor) es medida y comparada con la señal de referencia  $r(t)$ , obteniendo lo que se muestra en las Fig. 8, 9 y 10.

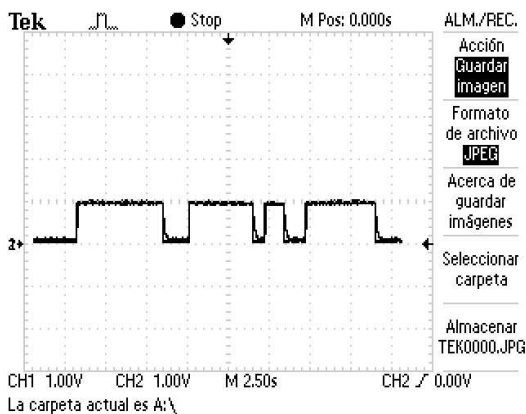


Fig. 8. Señal de salida vs señal de entrada (Real1).

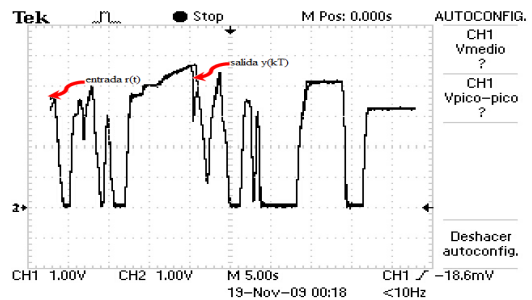


Fig. 9. Señal de salida vs señal de entrada (Real2).

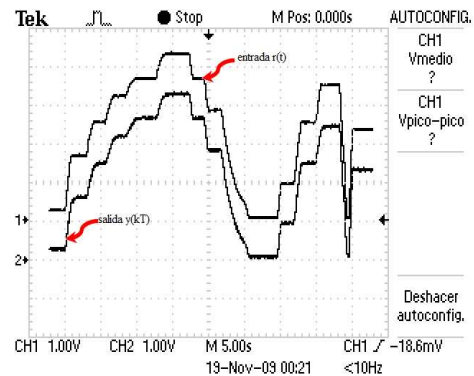


Fig. 10. Señal de salida vs señal de entrada (Real3).

A partir de los resultados obtenidos se concluye que el algoritmo es eficiente al implementarse en distintos procesos que necesiten un controlador PID.

Para medir la efectividad de la enseñanza uso de los controladores PID digitales se escogen dos grupos de 24 alumnos cada uno.

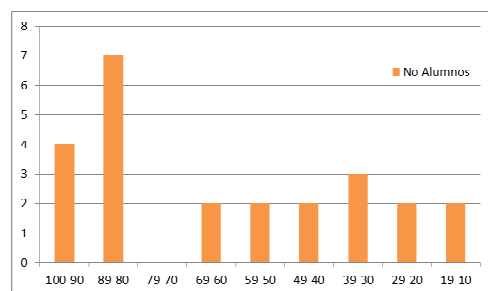
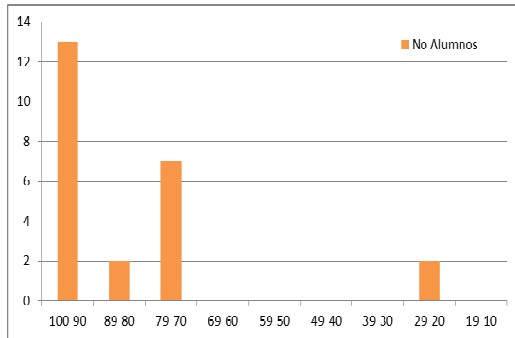


Fig. 11. Grafica mostrando las calificaciones del Grupo A.

Al Grupo A se aplicó la enseñanza tradicional a base de teoría y ejercicios teóricos mientras que al Grupo B, además de lo aplicado al Grupo A se aplicaron los diversos conceptos del control digital, además de implementar el algoritmo como controlador en diversos procesos físicos.



**Fig. 12. Grafica mostrando las calificaciones del Grupo B.**

Como puede observarse en la figura Fig. 11 el número de estudiantes con calificaciones reprobatorias del Grupo A es del 54.14% mientras, Fig. 12, que el índice de reprobación del Grupo B disminuyó hasta el 8.3 %.

## 5. Conclusiones.

Con base al análisis que se hizo del controlador PID digital, su relación con los conceptos matemáticos importantes de la Teoría del Control Automático y la aplicación en procesos físicos, podemos concluir que el algoritmo es una plataforma altamente auxiliar en los cursos de control digital donde el alumno requiere una clara comprensión y asimilación del conocimiento. Se recomienda entonces que el docente explore todo el potencial del análisis matemático y los sistemas digitales para que el joven estudiante asimile los conceptos vertidos en él a través de la relación con un objeto tangible, como lo es el algoritmo del controlador PID digital.

## Referencias.

- [1] Kuo, B.C., Sistemas de Control Automático, Séptima edición, Prentice-Hall.
- [2] Ogata, K., Ingeniería de Control Moderna, Cuarta edición, Pearson, Prentice Hall.
- [3] Ogata, K., Sistemas de control en tiempo discreto, Cuarta edición, Pearson, Prentice Hall.
- [4] Oppenheim, A.V., Willsky, A.S. & Young, I.T., Signals and Systems, Prentice-Hall Signal Processing Series.
- [5] Chen, C. T., Linear System Theory and Design. 3rd Ed. New York: Oxford University Press, 1999.

[6] Rugh, J. W., Linear System Theory. 2nd Ed. Upper Saddle River NJ: Prentice-Hall, 1996.

[7] Signal and Systems - General - A.V. Oppenheim A.S. Willsky - Signals and Systems Solution Manual - Prentice Hall - 2<sup>nd</sup>